

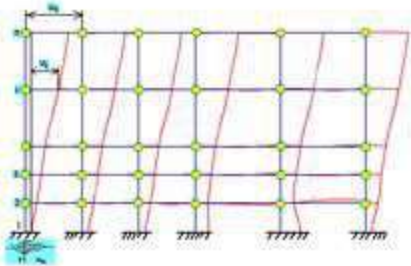


Современные компьютеро-ориентированные модели для динамических расчетов строительных конструкций с использованием пространственных моделей сейсмического воздействия. Возможности использования в нормах сейсмостойкого строительства нового поколения

**Семенов В.А., Лебедев В.Л., Баглаев Н.Н.,
(ООО Техсофт, Москва)**

РАСЧЕТНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ НОРМ

1. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings; German version EN 1998-1:2004 + AC:2009.
2. Нормы проектирования атомных станций на сейсмостойкость. Методические рекомендации МР 1.5.2.05.999.0027-2011.
3. ASCE 4-98. Seismic analysis of safety-related nuclear structures and commentary / American Society of Civil Engineers.
4. СП 14.13330.2014 СНиП II-7-81* Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция. СНиП II-7-1981*



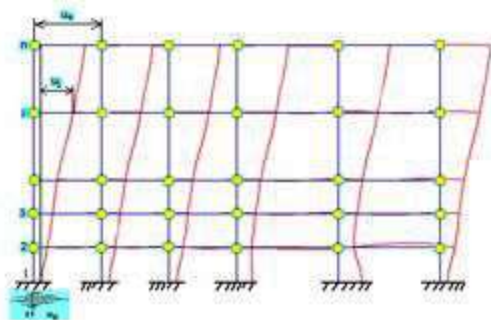
**ДИНАМИКА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ПРИ
КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ
(ПРИБЛИЖЕННАЯ СТАНДАРТНАЯ МОДЕЛЬ)**

$$M\ddot{\vec{u}} + C\dot{\vec{u}} + K\vec{u} = -M\vec{J}\ddot{u}_0$$

\vec{J} - вектор, элементы которого равны косинусам углов между направлением сейсмических колебаний основания и перемещениями по степеням свободы системы (компоненты, соответствующие угловым перемещениям, равны нулю)

\ddot{u}_0 - закон изменения ускорений основания (скалярная функция)

\vec{J}, \ddot{u}_0 - стандартная расчетная модель воздействия (РМВ)



ДИНАМИКА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ПРИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ (ПРИБЛИЖЕННАЯ СТАНДАРТНАЯ МОДЕЛЬ)

$$M\ddot{\vec{u}} + C\dot{\vec{u}} + K\vec{u} = -M(\vec{J}_x\ddot{X}_0(t) + \vec{J}_y\ddot{Y}_0(t) + \vec{J}_z\ddot{Z}_0(t))$$

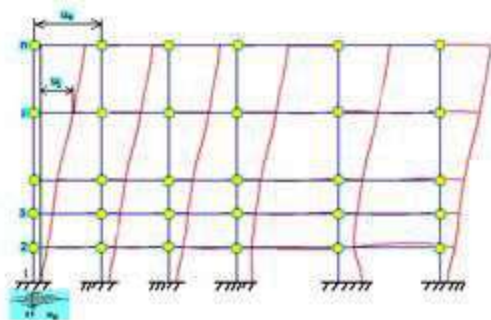
\vec{J} - вектор, элементы которого равны косинусам углов между направлением сейсмических колебаний основания и перемещениями по степеням свободы системы (компоненты, соответствующие угловым перемещениям, равны нулю)

\ddot{u}_0 - закон изменения ускорений основания (скалярная функция)

Стандартная расчетная модель воздействия (РМВ)

$$\vec{J}_x, \ddot{X}_0 \quad \vec{J}_y, \ddot{Y}_0 \quad \vec{J}_z, \ddot{Z}_0$$

- не отражает многоопорность пространственного характера воздействия,
- не учитывает влияние на нагрузки недиагональности матрицы масс
- не учитывает влияние демпфирования на нагрузки



ДИНАМИКА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ПРИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ (ЕЩЕ ОДНА ПРИБЛИЖЕННАЯ МОДЕЛЬ)

$$[M] \ddot{\vec{Q}} + [\beta] \dot{\vec{Q}} + [R] \vec{Q} = [M] [R^{-1}] [K] \ddot{u} + [\beta] [R^{-1}] [K] \dot{u} + [K] u$$

- отражает многоопорность пространственного характера воздействия,
- не учитывает влияние на нагрузки недиагональности матрицы масс

ДИНАМИКА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ПРИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ (УТОЧНЕННАЯ МОДЕЛЬ)

$$M\ddot{\vec{u}} + C\dot{\vec{u}} + K\vec{u} = -M(\vec{J}_x\ddot{X}_0(t) + \vec{J}_y\ddot{Y}_0(t) + \vec{J}_z\ddot{Z}_0(t))$$

$$[M]\ddot{\vec{Q}} + [\beta]\dot{\vec{Q}} + [R]\vec{Q} = [M][R^{-1}][K]\ddot{\vec{u}} + [\beta][R^{-1}][K]\dot{\vec{u}} + [K]\vec{u}$$

1. S.Timoshenko, D.H.Young, W.Weaver, Jr Vibration Problems in Engineering, Fourth Edition, 1974

2. R. W. Clough, J. Penzien Dynamics of Structures, 1975

3. Семенов В.А., Лебедев В.Л., Солдатов, Справочник. Инженерный журнал, 2012, 2013

$$M\ddot{\vec{u}}(t) + C\dot{\vec{u}}(t) + K\vec{u}(t) = -(MR + M_{uv})\ddot{\vec{v}}(t) - (CR + C_{uv})\dot{\vec{v}}(t)$$

$$\vec{u}(0) = \vec{u}_0; \dot{\vec{u}}(0) = \dot{\vec{u}}_0$$

M , C , K – симметричные матрицы масс, демпфирования и жесткости, соответствующие степеням свободы незакрепленных узлов;

R - матрица влияния перемещений кинематически возбуждаемых степеней свободы на перемещения незакрепленных степеней свободы ($KR = -K_{uv}$);

$M_{vu} = M_{uv}^T$, $C_{vu} = C_{uv}^T$, $K_{vu} = K_{uv}^T$ – прямоугольные матрицы масс, демпфирования и жесткости, соответствующие влиянию степеней свободы опорных узлов на степени свободы незакрепленных узлов системы

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

$$M\ddot{\vec{u}}_{oo}(t) + C\dot{\vec{u}}_{oo}(t) + K\vec{u}_{oo}(t) = 0 \quad \vec{u}_{oo}(0) = \vec{u}_0; \quad \dot{\vec{u}}_{oo}(0) = \dot{\vec{u}}_0$$

Общее решение при симметричных матрицах M , C , K может быть записано в виде

$$\vec{u}_{oo} = \sum_{j=1}^{2N} A_j \vec{\psi}_j e^{\lambda_j t}$$

A_j - произвольные комплексные постоянные; $\vec{\psi}_j$, λ_j - решения квадратичной задачи на собственные значения

$$\boxed{\lambda^2 M \vec{\psi} + \lambda C \vec{\psi} + K \vec{\psi} = 0}$$

$$\overline{(A_{j+1} \vec{\psi}_{j+1})} = A_j \vec{\psi}_j$$

$$A_j = a_j + ib_j \quad \lambda_j = -\varepsilon_j + i\omega_{j,c}$$

$$\vec{u}_{oo} = 2 \sum_{j=1,3,\dots}^{2N-1} e^{-\varepsilon_j t} (a_j \cos \omega_{j,c} t - b_j \sin \omega_{j,c} t) \vec{\psi}_j$$

$$2 \sum_{j=1,3,\dots}^{2N-1} a_j \vec{\psi}_j = \vec{u}_0$$

$$2 \sum_{j=1,3,\dots}^{2N-1} \omega_{j,c} b_j \vec{\psi}_j = -\dot{\vec{u}}_0 - 2 \sum_{j=1,3,\dots}^{2N-1} \varepsilon_j a_j \vec{\psi}_j$$

Квадратичная задача на собственные значения
Условия ортогональности и нормировки – общий случай

$$\lambda^2 M \psi + \lambda C \psi + K \psi = 0$$

$$\lambda_i^2 M \psi_i + \lambda_i C \psi_i + K \psi_i = 0 \quad i = 1, \dots, 2n$$

$$j = i: \quad \bar{\psi}_i^T M \psi_i = 1 \quad \bar{\psi}_i^T K \psi_i + \lambda_i \bar{\psi}_i^T C \psi_i = -\lambda_i^2 \quad i, j = 1, \dots, 2n$$

$$j \neq i: \quad \psi_i^T C \psi_j + (\lambda_i + \lambda_j) \psi_i^T M \psi_j = 0$$

$$\psi_i^T K \psi_j - \lambda_i \lambda_j \psi_i^T M \psi_j = 0$$

$C = 0: \quad \psi_i^T M \psi_j = \delta_{ij}$
$\psi_i^T K \psi_j - \lambda_i \lambda_j \psi_i^T M \psi_j = 0$

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

$$M\ddot{\vec{u}}_{\text{чн}}(t) + C\dot{\vec{u}}_{\text{чн}}(t) + K\vec{u}_{\text{чн}}(t) = -(MR + M_{uv})\ddot{\vec{v}}(t) - (CR + C_{uv})\dot{\vec{v}}(t)$$

$$\lambda^2 M \psi + \lambda C \psi + K \psi = 0 \quad j \neq i: \quad \begin{aligned} \psi_i^T C \psi_j + (\lambda_i + \lambda_j) \psi_i^T M \psi_j &= 0 \\ \psi_i^T K \psi_j - \lambda_i \lambda_j \psi_i^T M \psi_j &= 0 \end{aligned}$$

$$(K - \omega^2 M) \vec{\phi} = 0 \quad \vec{\phi}_i^T M \vec{\phi}_j = M_i \delta_{ij}, \quad \vec{\phi}_i^T K \vec{\phi}_j = \omega_i \omega_j M_i \delta_{ij}$$

$$\vec{u}_{\text{чн}} = \sum_{j=1}^N \vec{\phi}_j y_j(t)$$

$$\ddot{y}_j + \sum_{i=1}^N (\vec{\phi}_j^T C \vec{\phi}_i) \dot{y}_i + \omega_j^2 y_j = -\vec{\phi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{\vec{v}} - \vec{\phi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{\vec{v}}$$

$$y_j(0) = 0, \quad \dot{y}_j(0) = 0$$

Решение может быть получено любым численным методом, например, с использованием неявных схем решения задачи Коши методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага интегрирования, в том числе и для жестких систем.

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

$$\ddot{y}_j + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_i + \omega_j^2 y_j = -\vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{\vec{v}} - \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{\vec{v}}$$

$$y_j(t) = y_{j,M}(t) + y_{j,C}(t)$$

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{\vec{v}}$$

$$y_{j,M}(0) = 0, \quad \dot{y}_{j,M}(0) = 0$$

$$\ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{\vec{v}}$$

$$y_{j,C}(0) = 0, \quad \dot{y}_{j,C}(0) = 0$$

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ (6-ти компонентное воздействие в каждой опорной точке)

$$\ddot{\vec{v}}_i = \vec{r}_{i,\mu,x} \ddot{v}_x + \vec{r}_{i,\mu,y} \ddot{v}_y + \vec{r}_{i,\mu,z} \ddot{v}_z + \vec{r}_{i,\theta,x} \ddot{\theta}_x + \vec{r}_{i,\theta,y} \ddot{\theta}_y + \vec{r}_{i,\theta,z} \ddot{\theta}_z$$

$$\ddot{\vec{v}} = \vec{r}_{u,x} \ddot{v}_x + \vec{r}_{u,y} \ddot{v}_y + \vec{r}_{u,z} \ddot{v}_z + \vec{r}_{\theta,x} \ddot{\theta}_x + \vec{r}_{\theta,y} \ddot{\theta}_y + \vec{r}_{\theta,z} \ddot{\theta}_z,$$

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{\vec{v}}$$

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\Gamma_j^M(t)$$

$$\Gamma_j^M(t) = (\Gamma_{j\mu,x}^M \ddot{v}_x + \Gamma_{j\mu,y}^M \ddot{v}_y + \Gamma_{j\mu,z}^M \ddot{v}_z + \Gamma_{j,\theta,x}^M \ddot{\theta}_x + \Gamma_{j,\theta,y}^M \ddot{\theta}_y + \Gamma_{j,\theta,z}^M \ddot{\theta}_z)$$

$$\Gamma_{j\mu,x}^M = \vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \vec{r}_{u,x}, \Gamma_{j\mu,y}^M = \vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \vec{r}_{u,y},$$

$$\Gamma_{j\mu,z}^M = \vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \vec{r}_{u,z}, \Gamma_{j,\theta,x}^M = \vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \vec{r}_{\theta,x},$$

$$\Gamma_{j,\theta,y}^M = \vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \vec{r}_{\theta,y}, \Gamma_{j,\theta,z}^M = \vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \vec{r}_{\theta,z}$$

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ (6-ти компонентное воздействие в каждой опорной точке)

$$\ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{\vec{v}}$$

$$\ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\Gamma_j^C(t)$$

$$\Gamma_j^C(t) = (\Gamma_{j,\mu,x}^C \dot{v}_x + \Gamma_{j,\mu,y}^C \dot{v}_y + \Gamma_{j,\mu,z}^C \dot{v}_z + \Gamma_{j,\theta,x}^C \dot{\theta}_x + \Gamma_{j,\theta,y}^C \dot{\theta}_y + \Gamma_{j,\theta,z}^C \dot{\theta}_z)$$

$$\Gamma_{j,\mu,x}^C = \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \vec{r}_{u,x}, \Gamma_{j,\mu,y}^C = \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \vec{r}_{u,y},$$

$$\Gamma_{j,\mu,z}^C = \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \vec{r}_{u,z}, \Gamma_{j,\theta,x}^C = \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \vec{r}_{\theta,x},$$

$$\Gamma_{j,\theta,y}^C = \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \vec{r}_{\theta,y}, \Gamma_{j,\theta,z}^C = \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \vec{r}_{\theta,z}$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ СЕЙСМИЧЕСКОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Множители $\Gamma_{j\mu,x}^M, \Gamma_{j\mu,y}^M, \Gamma_{j\mu,z}^M, \Gamma_{j,\theta,x}^M, \Gamma_{j,\theta,y}^M, \Gamma_{j,\theta,z}^M$ и $\Gamma_{j\mu,x}^C, \Gamma_{j\mu,y}^C, \Gamma_{j\mu,z}^C, \Gamma_{j,\theta,x}^C, \Gamma_{j,\theta,y}^C, \Gamma_{j,\theta,z}^C$

назовем коэффициентами сейсмического возмущения. Эти коэффициенты характеризуют

уровень сейсмических нагрузок порождаемых j -й собственной формой. Векторы

$$(R+M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{u,x}, (R+M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{u,y}, (R+M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{u,z}, (R+M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{\theta,x},$$

$$(R+M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{\theta,y}, (R+M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{\theta,z}, M^{-1}(CR+C_{uv})\vec{r}_{u,x}, M^{-1}(CR+C_{uv})\vec{r}_{u,y},$$

$$M^{-1}(CR+C_{uv})\vec{r}_{u,z}, M^{-1}(CR+C_{uv})\vec{r}_{\theta,x}, M^{-1}(CR+C_{uv})\vec{r}_{\theta,y}, M^{-1}(CR+C_{uv})\vec{r}_{\theta,z}$$

учитывают квазистатическое, динамическое и диссипативное влияние перемещений степеней

свободы кинематически возбуждаемых узлов на перемещения степеней свободы

незакрепленных узлов системы при воздействиях $\vec{r}_{u,x}, \vec{r}_{u,y}, \vec{r}_{u,z}, \vec{r}_{\theta,x}, \vec{r}_{\theta,y}, \vec{r}_{\theta,z}$ соответственно.

КОЭФФИЦИЕНТЫ СЕЙСМИЧЕСКОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Из этих соотношений можно получить важные свойства коэффициентов сейсмического возмущения, которые носят скалярный характер и, соответственно, более удобны для практических расчетов

$$\sum_{j=1}^N \frac{(\Gamma_{j,\mu,x}^M)^2}{[(R + M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{u,x}]^T M (R + M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{u,x}} = 1$$

$$\sum_{j=1}^N \frac{(\Gamma_{j,\mu,x}^C)^2}{[M^{-1}(CR + C_{uv})\vec{r}_{u,x}]^T M [M^{-1}(CR + C_{uv})\vec{r}_{u,x}]} = 1$$

Остальные десять свойств получаются заменой соответствующих индексов.

$$\varepsilon_{j,\mu,x}^M = \frac{(\Gamma_{j,\mu,x}^M)^2}{[(R + M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{u,x}]^T M (R + M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{u,x}},$$

$$\varepsilon_{j,\mu,x}^C = \frac{(\Gamma_{j,\mu,x}^C)^2}{[M^{-1}(CR + C_{uv})\vec{r}_{u,x}]^T M [M^{-1}(CR + C_{uv})\vec{r}_{u,x}]}$$

$$\sum_{j=1}^N \varepsilon_{j,u(\theta),x(y,z)}^{M(C)} = 1$$

ФАКТОРЫ УЧАСТИЯ

$$\varepsilon_{j,u,x}^M = \frac{(\Gamma_{j,u,x}^M)^2}{[(R + M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{u,x}]^T M (R + M^{-1}M_{uv})\vec{r}_{u,x}},$$

$$\varepsilon_{j,u,x}^C = \frac{(\Gamma_{j,u,x}^C)^2}{[M^{-1}(CR + C_{uv})\vec{r}_{u,x}]^T M [M^{-1}(CR + C_{uv})\vec{r}_{u,x}]}$$

$$\sum_{j=1}^N \varepsilon_{j\mu(\theta),x(y,z)}^{M(C)} = 1$$

Коэффициенты $\varepsilon_{j\mu(\theta),x(y,z)}^{M(C)}$ назовем факторами участия для j -й формы колебаний при сейсмический воздействиях $\vec{r}_{u,x}, \vec{r}_{u,y}, \vec{r}_{u,z}, \vec{r}_{\theta,x}, \vec{r}_{\theta,y}, \vec{r}_{\theta,z}$. Эти коэффициенты показывают какая часть массы (демпфирования) порождает сейсмические нагрузки в уравнениях, относящиеся к определенным формам колебаний. Для пропорционального демпфирования, т.е. когда матрица демпфирования представима в виде $C = c_M M + c_K K$, где c_M, c_K - коэффициенты пропорциональности по массе и жесткости, получаем с учетом $KR = -K_{uv}$, что

$$\varepsilon_{j\mu(\theta),x(y,z)}^C = \varepsilon_{j\mu(\theta),x(y,z)}^M.$$

ПРОСТЕЙШИЙ СЛУЧАЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ И ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ

В каждой i -й опорной точке возбуждение можно представить в виде вектора поступательного смещения. При этом ориентация и модули этих векторов для разных опорных точек по-прежнему могут быть различными

$$\ddot{v}_x = \ddot{v}_y = \ddot{v}_z = \ddot{v}_u \quad \ddot{\theta}_x = \ddot{\theta}_y = \ddot{\theta}_z = 0$$

$$\ddot{\vec{v}}_i = \vec{r}_{i,u} \ddot{v}_u \quad \vec{r}_{i,u} = \vec{r}_{i,u,x} + \vec{r}_{i,u,y} + \vec{r}_{i,u,z}$$

$$\ddot{\vec{v}} = \vec{r}_u \ddot{v}_u \quad \vec{r}_u = \vec{r}_{u,x} + \vec{r}_{u,y} + \vec{r}_{u,z}$$

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\Gamma_{j,u}^M \ddot{v}_u$$

$$\ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\Gamma_{j,u}^C \dot{v}_u$$

$$\Gamma_{j,u}^M = \vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \vec{r}_u, \Gamma_{j,u}^C = \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \vec{r}_u$$

ПРОСТЕЙШИЙ СЛУЧАЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\Gamma_{j,u}^M \ddot{v}_u \quad \ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\Gamma_{j,u}^C \dot{v}_u$$

Для грубой оценки вклада диссипативных сил в сейсмические нагрузки будем считать, что кинематическое воздействие (ускорение) можно представить в виде гармонической функции с круговой частотой ω . Для пропорционального демпфирования будем иметь

$$\max_t (\Gamma_{j,u}^C \dot{v}) = c_M \max_t (\Gamma_{j,u}^M \ddot{v}) / \omega$$

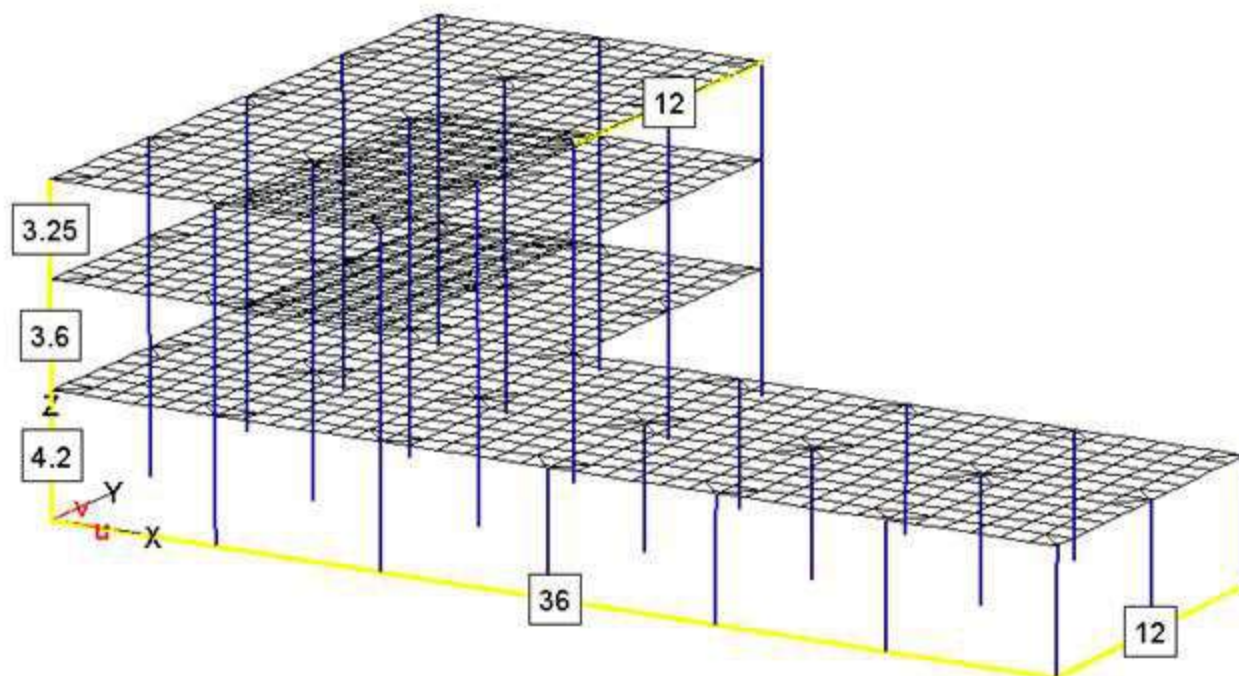
Коэффициенты c_M и c_K можно приближенно вычислить по формулам

$$c_M = \frac{2\omega_i \omega_n (\zeta_i \cdot \omega_n - \zeta_n \cdot \omega_i)}{\omega_n^2 - \omega_i^2} \quad c_K = \frac{2(\zeta_n \cdot \omega_n - \zeta_i \cdot \omega_i)}{\omega_n^2 - \omega_i^2}$$

ω_n и ω_i - максимальная и минимальная частоты, фиксирующие частотный диапазон, в котором формируется реакция системы, ζ_i и ζ_n - относительное затухание, соответствующее этим частотам. Принимая для железобетона $\zeta_i = \zeta_n = 0,07$ и $\omega_n = 62,83$ рад/сек, $\omega_i = 7,85$ рад/сек (этот диапазон соответствует обычным железобетонным зданиям), получим $c_M \approx 0,98$ и соответственно

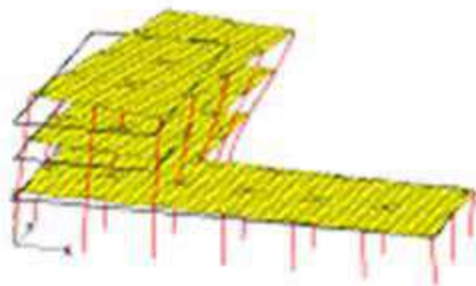
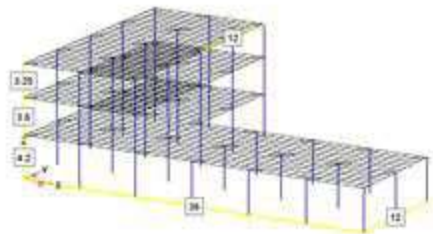
$$\max_t (\Gamma_{j,u}^C \dot{v}) \approx 0,13 \max_t (\Gamma_{j,u}^M \ddot{v})$$

Пример 1

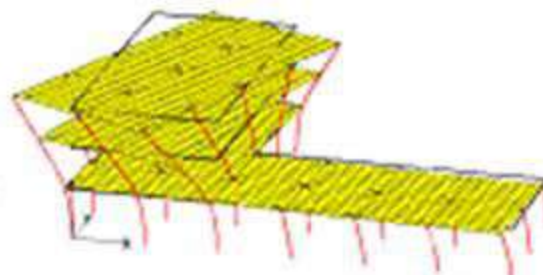


$$b \times b = 0.4 \times 0.4 \text{ м}; EJ_x = EJ_y = 50133 \text{ кН} / \text{м}^2; GJ = 33690 \text{ кН} / \text{м}^2$$
$$E_b = 20.5 \cdot 10^3 \text{ МПа}; E_s = 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа}; t = 0.2 \text{ м}; \rho = 2.5 \text{ т} / \text{м}^3$$

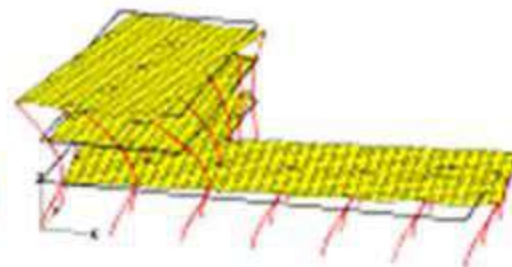
Пример 1



$$\omega_{1,0} = 5,99$$

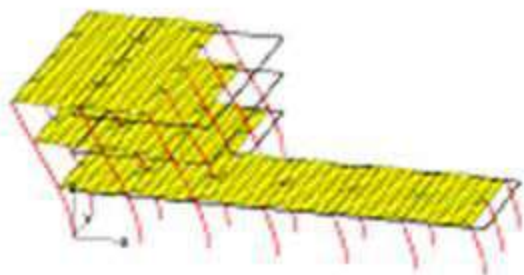


$$\omega_{3,0} = 8,81$$

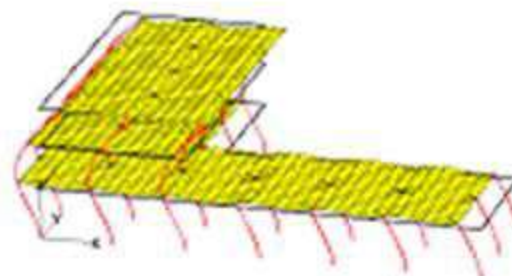


$$\omega_{4,0} = 19,89$$

1-я, 3-я и 4-я формы



$$\omega_{2,0} = 6,58$$



$$\omega_{5,0} = 21,29$$

2-я и 5-я формы

$$\text{Для } \alpha_1 = 71,5^\circ: \sum_{j=1}^5 \varepsilon_{j,u}^M = 0,912, \text{ а для } \alpha_2 = -18,5^\circ: \sum_{j=1}^5 \varepsilon_{j,u}^M = 0,948$$

$$M\ddot{\vec{u}}_{\text{qH}}(t) + C\dot{\vec{u}}_{\text{qH}}(t) + K\vec{u}_{\text{qH}}(t) = -(MR + M_{uv})\ddot{\vec{v}}(t) - (CR + C_{uv})\dot{\vec{v}}(t)$$

$$C = \alpha M + \beta K \quad \alpha = \alpha(\zeta, \omega); \beta = \beta(\zeta, \omega)$$

$$\alpha = \frac{2\omega_i\omega_n(\zeta_i \cdot \omega_n - \zeta_n \cdot \omega_i)}{\omega_n^2 - \omega_i^2} \quad \beta = \frac{2(\zeta_n \cdot \omega_n - \zeta_i \cdot \omega_i)}{\omega_n^2 - \omega_i^2}$$

MP3

Π3

$$\omega_{1,0} = 5,99 \quad \omega_{2,0} = 6,58$$

$$\zeta = 0,07$$

$$\zeta = 0,04$$

$$\omega_{3,0} = 8,81 \quad \omega_{4,0} = 19,89 \quad \omega_{5,0} = 21,29$$

$$1) \alpha^{0,07} = 0,654; \beta^{0,07} = 0,00513$$

$$\varepsilon_i^{1)} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta\omega_{i,0}^2)$$

$$C = \alpha M + \beta K$$

$$2) \alpha^{0,07} = 0,654; \beta^{0,07} = 0,00513;$$

$$\alpha^{0,055} = 0,514; \beta^{0,055} = 0,00403; \varepsilon_i^{2)} = ???$$

$$\alpha^{0,04} = 0,374; \beta^{0,04} = 0,00293 \quad C \neq \alpha M + \beta K$$

Расчет по акселерограмме землетрясения в Эль-Центро (1940)

Было рассмотрено 2 случая демпфирования.

В 1-м коэффициенты пропорциональности по массе и жесткости имеют одинаковые значения для всех конечных элементов соответствующие МРЗ

Во 2-м случае колонны и плита перекрытия 1-го этажа имеют значения коэффициентов пропорциональности МРЗ. Колонны и плита перекрытия 3-го этажа имеют значения коэффициентов пропорциональности ПЗ. Для колонн и плиты перекрытия 2-го этажа – промежуточные значения. В этом случае для системы в целом имеем непропорциональное демпфирование

$$1). \alpha^{0,07} = 0,654; \beta^{0,07} = 0,00513$$

$$2). \alpha^{0,07} = 0,654; \beta^{0,07} = 0,00513;$$

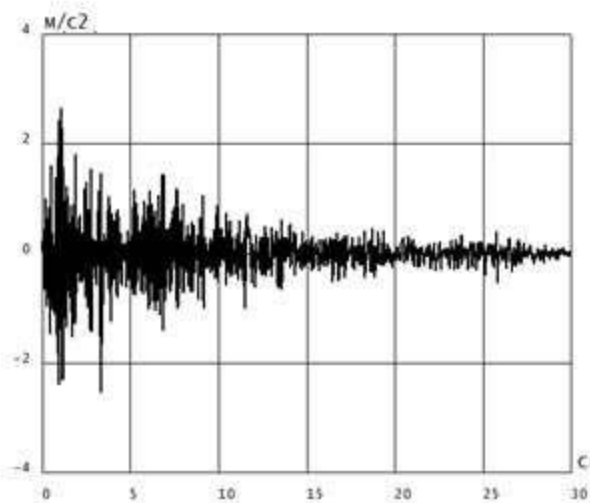
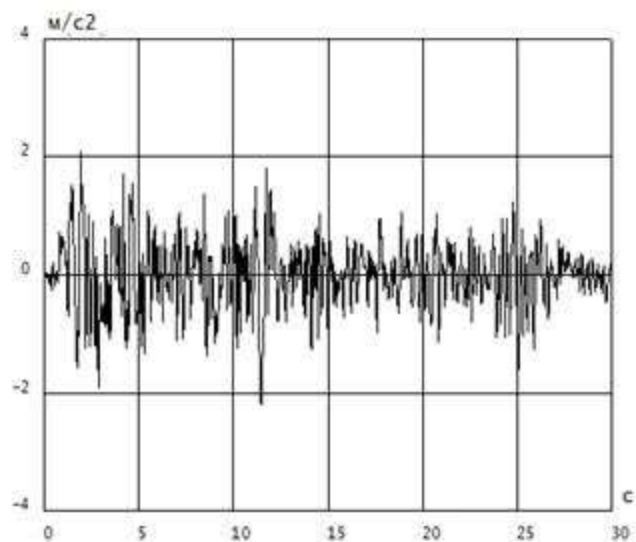
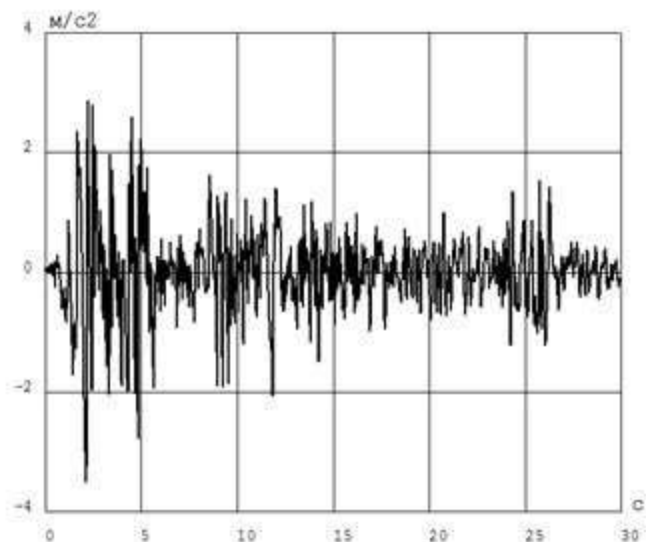
$$\alpha^{0,055} = 0,514; \beta^{0,055} = 0,00403;$$

$$\alpha^{0,04} = 0,374; \beta^{0,04} = 0,00293$$

$$C = \alpha M + \beta K$$

$$C \neq \alpha M + \beta K$$

Расчет по акселерограмме землетрясения в Эль-Центро (1940)



Три компоненты

Расчет по акселерограмме землетрясения в Эль-Центро (1940)

Перемещения узлов колонн с координатами в плане (0,0), (0,24), (12,0) и (12,24).

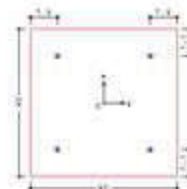
Перемещение узла, см		Пропорциональное демпфирование (MP3)		Непропорциональное демпфирование	
		По (M)	По (C)	По (M)	По (C)
(0,0)	u_x	14,39	2,14	16,68	1,74
	u_y	9,95	1,65	10,65	1,22
(0,24)	u_x	16,21	2,49	19,05	2,04
	u_y	9,95	1,65	10,65	1,22
(12,0)	u_x	14,39	2,14	16,68	1,74
	u_y	8,35	1,43	8,69	1,06
(12,24)	u_x	16,21	2,49	19,05	2,04
	u_y	8,35	1,43	8,69	1,06

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\bar{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{v} \quad (M)$$

$$\ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\bar{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{v} \quad (C)$$

Расчет на воздействие 1 (Эль-Центро 1940)

Усилия в колоннах Пропорциональное демпфирование (MP3)



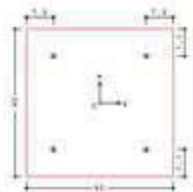
Коло нна	$N, \text{кН}$		$M_s, \text{кН/м}^2$		$M_t, \text{кН/м}^2$		Арматура, см^2	
	По (M)	По (M+C)	По (M)	По (M+C)	По (M)	По (M+C)	По (M)	По (M+C)
(0,6)	158,4	149,4	286,9	309,5	255,7	257,6	50,88	53,69
(0,18)	165,4	179,0	330,5	345,4	254,8	256,9	55,69	57,69
(6,0)	96,8	96,6	285,2	315,4	200,6	204,1	44,06	48,00
(6,24)	96,9	96,6	361,2	373,2	200,8	204,3	53,19	55,00
(18,6)	12,7	11,9	398,4	429,5	204,2	195,6	53,13	59,81

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\bar{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{v} \quad (M)$$

$$\ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\bar{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{v} \quad (C)$$

Расчет на воздействие 1 (Эль-Центро 1940)

Усилия в колоннах Непропорциональное демпфирование



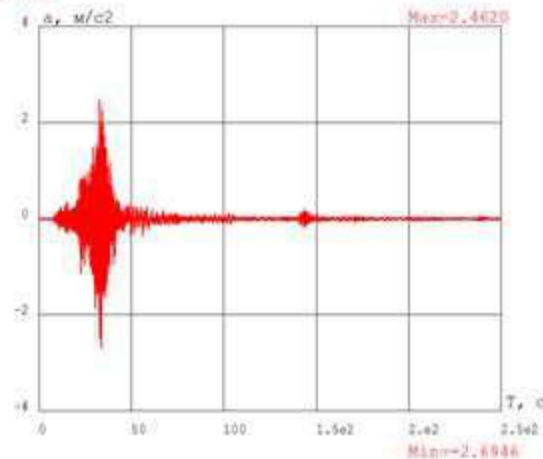
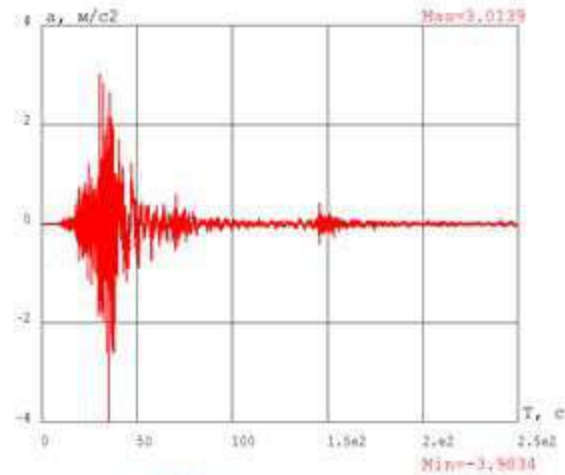
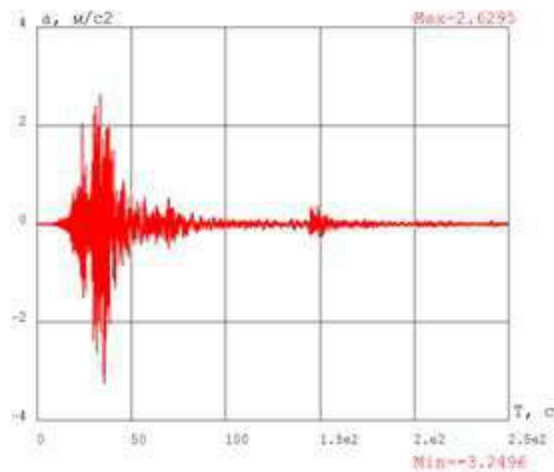
Коло нна	$N, \text{кН}$		$M_s, \text{кН/м}^2$		$M_t, \text{кН/м}^2$		Арматура, см^2	
	По (М)	По (М+С)	По (М)	По (М+С)	По (М)	По (М+С)	По (М)	По (М+С)
(0,6)	189,8	181,7	329,8	348,3	274,7	276,3	57,81	60,13
(0,18)	195,5	205,2	380,3	393,1	274,0	275,7	63,88	65,56
(6,0)	102,1	102,1	316,4	338,3	215,2	218,1	49,38	52,31
(6,24)	102,1	102,1	415,5	426,2	215,4	218,3	61,31	62,88
(18,6)	14,8	14,2	463,2	487,6	211,4	201,6	65,56	67,31

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\bar{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{v} \quad (\text{M})$$

$$\ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\bar{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{v} \quad (\text{C})$$

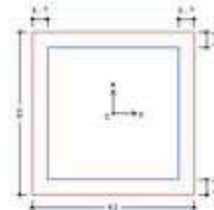
Воздействие 2

Воздействие 2: трехкомпонентная акселерограмма. Максимальные ускорения в горизонтальных направлениях составляют 0,40 g, в вертикальном – 0,27 g. Длительность воздействия равняется 273 сек., шаг оцифровки – 0,005 сек. (Мехико 1985)



Расчет на воздействие 2 (Мехико 1985)

Усилия в колоннах Непропорциональное демпфирование



Коло нна	$N, \text{кН}$		$M_S, \text{кН/м}^2$		$M_t, \text{кН/м}^2$		Арматура, см^2	
	По (М)	По (М+С)	По (М)	По (М+С)	По (М)	По (М+С)	По (М)	По (М+С)
(0,6)	262,0	258,1	412,6	387,7	619,3	626,9	148,5	145,7
(0,18)	310,3	317,3	560,1	585,1	618,9	626,2	171,1	178,8
(6,0)	235,2	242,9	402,4	383,1	512,3	515,3	128,4	125,8
(6,24)	236,7	244,4	716,2	743,1	512,7	515,7	180,8	185,9
(18,6)	19,1	19,0	585,3	556,2	532,5	539,9	157,4	153,8

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\bar{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{v} \quad (M)$$

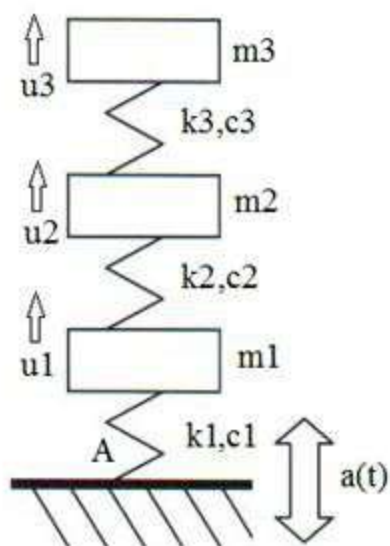
$$\ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\bar{\varphi}_j^T C \bar{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\bar{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{v} \quad (C)$$

ЗАЧЕМ НУЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ СОВРЕМЕННЫЕ МОДЕЛИ???

Пример 1 (Тягин А.Г. Демпфирование в прямом и модальном методах. ...
ССБС 2012, №4, 2013, №№ 1,2)

$$k_1 = 1.3 \cdot 10^3 \text{ кН/м}; k_2 = 3.25 \cdot 10^3 \text{ кН/м}; k_3 = 6.75 \cdot 10^3 \text{ кН/м};$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = 1.0 \text{ т}; \lambda = 5 \%, R = 40\text{м}, V_s = 400 \text{ м/с}$$



$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 114,3879 & -2,2489 & 0 \\ -2,2489 & 8,5588 & -4,6709 \\ 0 & -4,6709 & 6,3099 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 4,55 & -3,25 & 0 \\ -3,25 & 10,00 & -6,75 \\ 0 & -6,75 & 6,75 \end{bmatrix}$$

$$\lambda^2 M \vec{\psi} + \lambda C \vec{\psi} + K \vec{\psi} = 0$$

$$\det(\lambda^2 M + \lambda C + K) = 0$$

$$(K - \omega_i^2 M) \vec{\phi}_i = 0$$

Номер формы	Собственные частоты
φ1	18,87
φ2	70,98
φ3	126,10

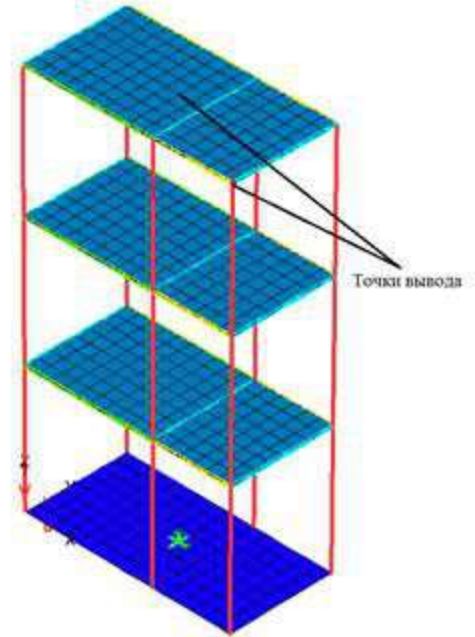
Номер собст.знач	Собственные значения
λ1	-50,94
λ2	-21,97
λ3,4	-20,75 ± i34,76
λ5,6	-7,419 ± i124,5

Уравнение эллиптического типа

Уравнение гиперболического типа

ЗАЧЕМ НУЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ СОВРЕМЕННЫЕ МОДЕЛИ???

Варианты учета демпфирования (МРЗ)



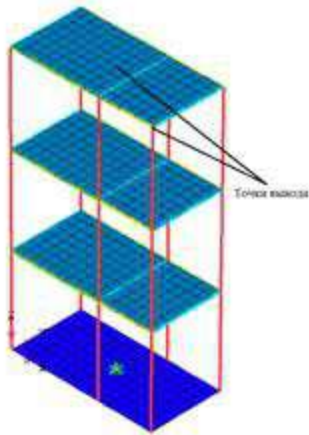
$$E_b = 3.1 \cdot 10^7 \text{ МПа}; h_{pl} = 0.3 \text{ м}; \mu_b = 0.2; \xi_b = 0.07 \quad \mu_g = 0.2; \rho_g = 2.0 \text{ т / м}^3;$$
$$H_\Phi = 0,5 \text{ м}; \rho_b = 2.5 \text{ т / м}^3 \quad v_g = 350 \text{ м / сек}$$

Эквивалентные жесткости краевых условий:

$$K_x = 3,911647 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; K_y = 4,530991 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; K_z = 5,805213 \cdot 10^9 \text{ Н/м};$$
$$K_{\varphi x} = 2,647849 \cdot 10^{10} \text{ Н}\cdot\text{м}; K_{\varphi y} = 7,041208 \cdot 10^{10} \text{ Н}\cdot\text{м}; K_{\varphi z} = 5,198506 \cdot 10^{10} \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Относительные затухания краевых условий (в долях от критического):

$$\xi_{\varphi x} = 3,024432 \cdot 10^{-1}; \xi_{\varphi y} = 3,255072 \cdot 10^{-1}; \xi_{\varphi z} = 5,437128 \cdot 10^{-1};$$
$$\xi_{\varphi x} = 1,926440 \cdot 10^{-3}; \xi_{\varphi y} = 1,882188 \cdot 10^{-2}; \xi_{\varphi z} = 6,729957 \cdot 10^{-2}$$



Учет 22-х форм обеспечивает следующие значения суммарных модальных масс в процентном выражении от общей массы системы: по X – 98,08; по Y – 99,27; по Z – 96,78.

$$C_{el} = c_{M,el} M_{el} + c_{K,el} K_{el}$$

$$c_{M,el} = \frac{4\pi\xi_b f_{\max} f_{\min}}{f_{\max} + f_{\min}} = 1,958$$

$$c_{K,el} = \frac{\xi_b}{\pi(f_{\max} + f_{\min})} = 0,0004505$$

$$c_{K_x} = \frac{\xi_x}{\pi(f_{\max} + f_{\min})} = 0,00196$$

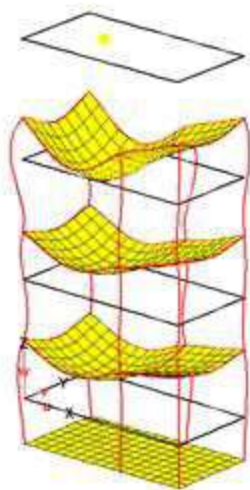
$$c_{K_y} = \frac{\xi_y}{\pi(f_{\max} + f_{\min})} = 0,002095$$

$$c_{K_z} = \frac{\xi_z}{\pi(f_{\max} + f_{\min})} = 0,003499$$

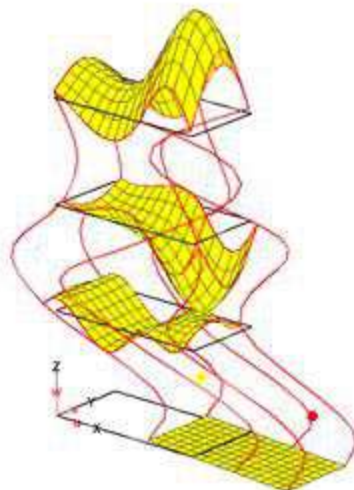
$$c_{K_{\varphi x}} = \frac{\xi_{\varphi x}}{\pi(f_{\max} + f_{\min})} = 0,000012385$$

$$c_{K_{\varphi y}} = \frac{\xi_{\varphi y}}{\pi(f_{\max} + f_{\min})} = 0,000121136$$

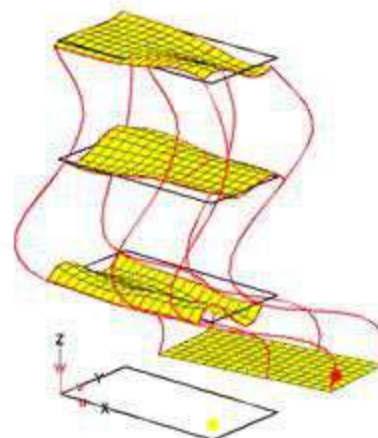
$$c_{K_{\varphi z}} = \frac{\xi_{\varphi z}}{\pi(f_{\max} + f_{\min})} = 0,0000433137$$



9-я форма

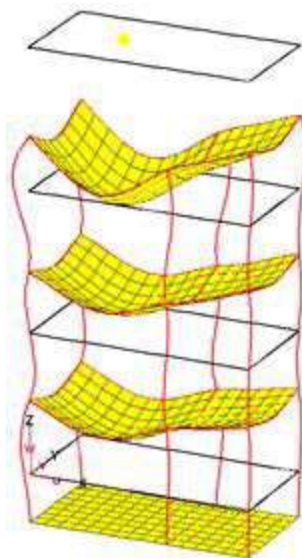


18-я форма

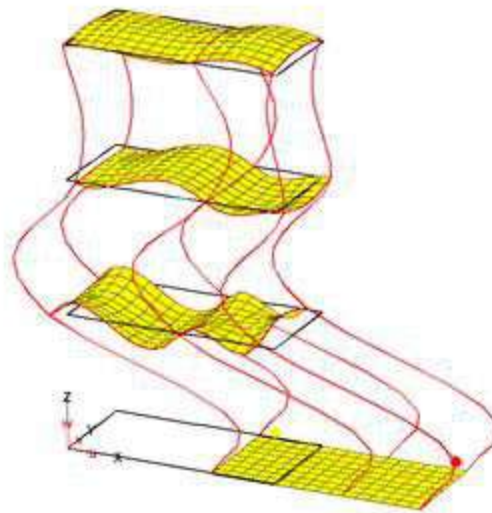


22-я форма

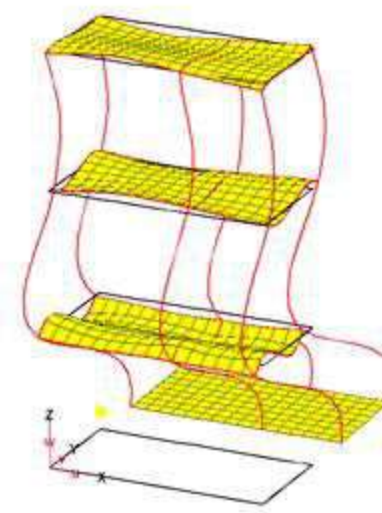
$C = 0$



9-я форма (Re)

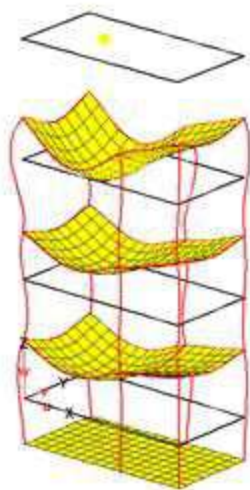


18-я форма (Re)

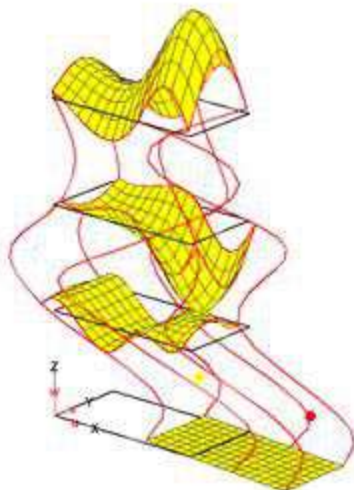


22-я форма (Re)

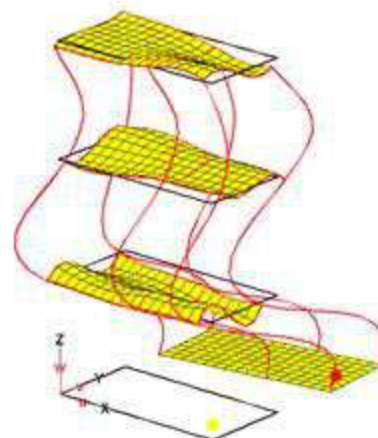
$C \neq 0$



9-я форма

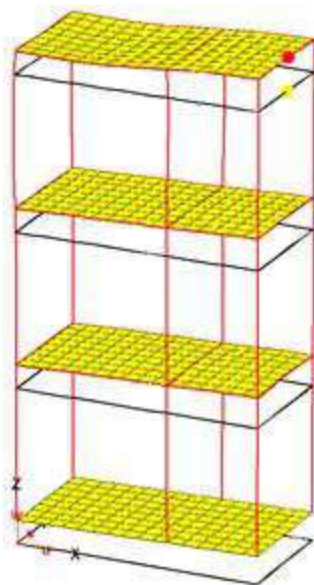


18-я форма

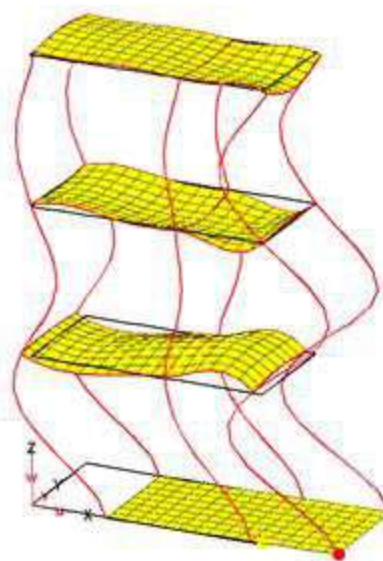


22-я форма

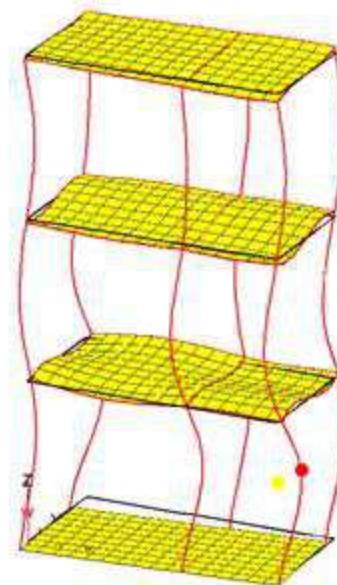
$C = 0$



9-я форма (Im)

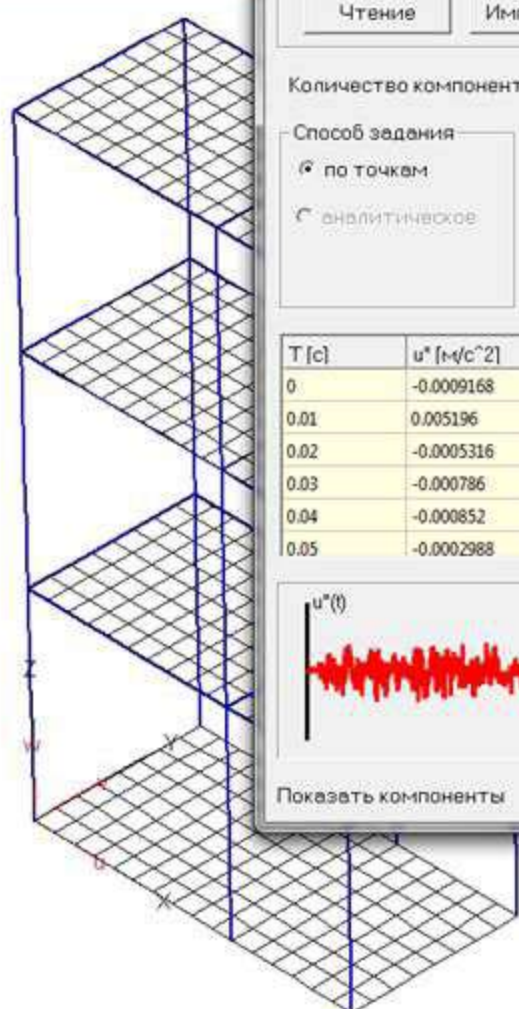


18-я форма (Im)



22-я форма (Im)

$C \neq 0$



Воздействие

Файл

Чтение Импорт из USGS DDS7 Запись

Количество компонент вектора ускорения:

Способ задания
 по точкам
 аналитическое

Задание
 Время воздействия (с):
 Кол-во точек:

T [с]	u* [м/с^2]	v* [м/с^2]	z* [м/с^2]
0	-0.0009168	0.000432	9.6e-005
0.01	0.005196	-0.001848	-0.002592
0.02	-0.0005316	0.001488	0.0012
0.03	-0.000786	0.001572	0.000928
0.04	-0.000852	0.00144	0.0001488
0.05	-0.0002988	0.0008484	-0.0006024

Показать компоненты u v w

Динамическое воздействие

Воздействие

Амплитуда
 Угол с ОХ в гориз. пл. (гр.) Угол с гориз. пл. (гр.)

Воздействие (вращательное)

Центр, м: X = Y = Z =
 Амплитуда
 Угол с ОХ в гориз. пл. (гр.) Угол с гориз. пл. (гр.)

Показать компоненты u v w
 u(t) v(t) w(t)

Демпфирование:
 Непропорц. >>
 по Фойхту

Количество учитываемых форм:
 Интервал интегрирования:
 Шаг выдачи (с):
 Учет нелинейных связей
 Учет нелинейных масс

Ф.	%
1	6.882
2	5.836
3	6.988
4	7.33
5	7.646
6	7.011
7	7.222

Непропорциональное демпфирование

$$\ddot{y}_j + \sum_{i=1}^{22} (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_i + \omega_j^2 y_j = -\vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{\vec{v}} - \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{\vec{v}}$$

Демпфирование по Фойхту

$$\ddot{y}_j + 2\xi_j \dot{y}_j + \omega_j^2 y_j = -\vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{\vec{v}}$$

$$1) \xi_j = \frac{(\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_j)}{2\omega_j}$$

$$2) \xi_j = \frac{\varepsilon_j}{\omega_j} \quad \lambda_j = -\varepsilon_j + i\omega_{j,c}$$

$$4) \xi_j = \frac{(\vec{\varphi}_j^T \tilde{K} \vec{\varphi}_j)}{\omega_j^2}$$

$$5) \xi_j = (\vec{\varphi}_j^T \tilde{M} \vec{\varphi}_j)$$

Скриншот программного обеспечения для динамического анализа. В центре экрана отображена 3D-модель многоэтажного здания с сеткой. Всплывающее окно 'Коэффициенты демпфирования' (Damping Coefficients) имеет следующие параметры:

- Заслуживание: Заслуживание
- С:\Проекты_2013\Eigene\Сейс-мика2013_конф
- Амплитуда: 10
- Угол с ОХ в гориз. пл (гр): 0
- Угол с ОУ в гориз. пл (гр): 0

В разделе 'Коэффициенты демпфирования':

- Из матрицы демпфирования, построенной с учетом коэффициентов Сп и Сх материала
- Из результатов расчета на собственные колебания системы с демпфированием
- Задать коэффициенты равными, %: 5
- Из матрицы жесткости
- Из матрицы масс

В разделе 'Демпфирование':

- Непропорци
- по Фойхту

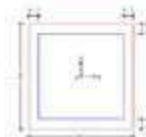
Ф.	%
1	6.882
2	5.836
3	6.988
4	7.33
5	7.646
6	7.011

Дополнительные параметры:

- Показать компоненты: u v w
- Демпфирование: u(t) v(t) w(t)
- Количество учитываемых форм: 22
- Интервал интегрирования: 25
- Шаг выдачи (с): 0.001
- Учет нелинейных связей:
- Учет нелинейн. масс:

Номер формы	ABAQUS, %	STAR, %	MicroFe, % по формуле (1)	MicroFe, % по формуле (2)	MicroFe, % по формуле (5)	MicroFe, % по формуле (4)
1	6.88	6.88	6,96	6.962	7,00	6,89
2	5.84	5.85	6,56	6.558	7,00	5,84
3	6.99	6.99	4,86	4.861	7,00	6,99
4	7.33	7.33	3,17	3.169	7,00	7,33
5	7.64	7.64	3,11	3.104	7,00	7,65
6	7.01	7.01	3,00	2.995	7,00	7,01
7	7.22	7.22	3,10	3.099	7,00	7,23
8	7.49	7.49	3,66	3.649	7,00	7,49
9	20.00	34.27	13,92	14.100	7,00	34,48
10	7.01	7.01	3,84	3.840	7,00	7,01
11	4.97	5.00	3,04	3.031	7,00	4,92
12	4.69	4.72	3,26	3.255	7,00	4,67
13	7.36	7.37	5,08	5.071	7,00	7,37
14	7.94	7.92	5,88	5.857	7,00	7,98
15	9.56	9.59	8,00	7.986	7,00	9,49
16	6.98	6.98	6,12	6.118	7,00	6,99
17	9.28	9.39	8,42	6.381	7,00	9,75
18	20.00	21.78	19,03	22.990	7,00	21,67
19	7.01	7.01	6,64	6.635	7,00	7,01
20	7.85	7.89	7,43	6.979	7,00	7,73
21	6.93	6.93	6,74	6.685	7,00	6,92
22	20.00	28.05	27,23	28.437	7,00	28.20

Расчет на воздействие 5 (Эль-Центро 1940)



Усилия в колоннах

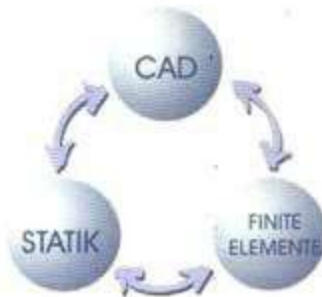
Коло нна	$N, \text{кН}$			$M_S, \text{кН/м}^2$			$M_t, \text{кН/м}^2$			Арма тура
	По (М)	По (М+С)	δ %	По (М)	По (М+С)	δ %	По (М)	По (М+С)	δ %	δ %
(0,0)	698	1051	50,6	573	703	22,7	640	815	27,3	38,2
(5,0)	724	920	27,1	635	741	16,7	592	779	31,6	33,5
(8,0)	865	912	5,4	543	664	22,3	523	741	41,7	33,6
(0,4)	803	868	8,1	569	700	23,0	638	822	28,8	34,1
(5,4)	650	687	5,7	631	758	20,1	589	784	33,1	37,3
(8,4)	686	962	40,2	539	676	25,4	520	726	39,6	43,4

$$\ddot{y}_{j,M} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,M} + \omega_j^2 y_{j,M} = -\vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{\vec{v}} \quad (\text{M})$$

$$\ddot{y}_{j,C} + \sum_{i=1}^N (\vec{\varphi}_j^T C \vec{\varphi}_i) \dot{y}_{i,C} + \omega_j^2 y_{j,C} = -\vec{\varphi}_j^T (MR + M_{uv}) \ddot{\vec{v}} - \vec{\varphi}_j^T (CR + C_{uv}) \dot{\vec{v}} \quad (\text{M+C})$$

Заключение

1. При построении норм необходимо использовать такие модели, которые позволяют с единых позиций корректно представить кинематические воздействия на конструкции (в том числе и пространственные) и корректно выполнить расчеты для уточненных расчетных моделей конструкций (например с грунтом или непропорциональным демпфированием)
2. Неучет обобщенных нагрузок, порожденных демпфированием в уравнениях движения, может привести к неверной оценке несущей способности сооружений.
3. Некорректный учет демпфирования при определении динамических характеристик конструкции также может привести к неверной оценке несущей способности сооружений.



Ing+

ViCADo

MicroFe

СТАТИКА

COSTRUC

Спасибо за внимание